两个分形的交集通常是一个分形。 很自然地尝试将此交集的维度与原始集合的维度相关联. 显而易见,在一般情况下我们几乎什么也不能说.因为如果F有界,则存在F的全等副本，使得(使)和另一个全等副本以(使F和F1不相交） .但是,如果我们考虑F和全等副本在“典型”相对位置上的交点，则可以说得更多.

为了说明这一点，令F和F1为平面中的单位线段。 那么F∩F1可以是线段，但仅在F和F1共线的特殊情况下。 如果F和F1交叉成一个角度，则F∩F1是单个点，但是如果F1被附近的同等副本替换，则F∩F1现在仍然是单个点。 因此，尽管“一般” F∩F1最多包含一个点，但这种情况“经常”发生。

我们可以使其更加精确。 回想一下，平面的直接全等变换或刚性运动或𝜎可将任何集合E转换为无反射的全等副本𝜎（E）。 刚性运动可以通过三个坐标（x，y，𝜃）进行参数化，其中将原点转换为（x，y），而𝜃是旋转角度。 这样的参数化提供了对刚性运动空间的自然度量，其中刚性运动集合A的度量是通过对（x，y，𝜃）参数化的3维Lebesgue度量给出的。 将原点映射到矩形[1，2]×[0，3]的点的所有刚性运动的集合的大小为1×3×2𝜋。

在F为单位线段的示例中，F∩（F）为线段的一组变换measure的度量为0。但是，F∩（F）是一组正变换的单点 措施，实际上是一套措施4。

在更高的维度上也存在类似的想法。在“ 3”中，“通常”是两条曲面在一条曲线中相交，一条曲面和一条曲线在一个点中相交，并且两条曲线不相交。 在ℝn中，如果光滑流形E和F完全相交，则“通常”它们以维dim E + dim F-n的子流形相交，除非该数字为负数，在这种情况下它们通常不相交。 更精确地讲，如果dim E + dim F-n⩾0，则dim（E 𝜎（F））=一组正向刚度𝜎的dim E + dim F-n，几乎所有其他for为0 。 （当然，now现在使用指定ℝn的刚性变换所需的12 n（n +1）个参数进行测量。）

8.1 分形交集公式 2020年6月24日11点54分

如果E和F是分形的并且我们使用Hausdorff维数，这些公式是否存在类似？特别是“一般化”

并且通常

𝜎在一组转换G中的范围，例如翻译，全等或相似的组（见图8.1）？ 当然，“一般”是指“几乎所有𝜎”，“通常”是指“相对于G中的变换的自然度量的一组measure积极度量”。通常，可以用G中的m坐标来参数化G。 对于某些整数m的一种直接方法，我们可以在作为ℝm子集的参数空间上使用m维Lebesgue测度。

当G是翻译组时，我们可以获得dimH（E 𝜎（F））的上限； 这些界限自动适用于更大范围的一致性和相似性。 我们已经证明，在特殊情况下，其中一组集合是一条直线是（8.1）； 这实质上是推论7.10。 从这种特殊情况很容易得出总体结果。 回想一下，F + x = {x + y：y∈F}表示由向量x转换的集合F。

定理8.1 如果是的Borel子集,则

对几乎所有的成立.

推论8.1 设是的Borel子集,令G为的平移组,直接同余组或相似组.然后,对于几乎所有𝜎∈G,

特别是,如果或,则

定理8.3 设是的Borel子集,G是的变换组.则

满足下列情形:

G是相似性组，E和F是任意集，

G是同余组,E是任意的，F是可校正的曲线，曲面或流形,

G是一致性的组,E和F是任意的,并且或.